CONCOURS D'ENTREE A L'EAMAU
SESSION DE MAI 2017
EPREUVE DE MATHEMATIQUE

FILIERES : ARCHITECTURE, URBANISME ET GESTION URBAINE

Durée : 2 heures

EXERCICE 1 (6 pts)

Soit $n \in \mathbb{N}^*$, On donne $I_n = \int_0^1 x^n e^{-x}\,dx$

1. a. Démontrer que I_n existe, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ et que $I_n > 0$
   b. Calculer I_1 .

2. a. Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

$$I_{n+1} = -\frac{1}{e} + (n+1)I_n$$

   b. Calculer I_2 et I_3

3. Utiliser les résultats précédents pour calculer

$$I = \int_0^1 (-x^3 + 2x^2 - x)e^{-x}dx .$$

EXERCICE 2 (8 pts)

On donne dans un tableau ci-dessous la valeur de la vente y d'une machine, exprimée en millier de francs puis la valeur de Y=lny (arrondi à 10^{-3} près) en fonction du nombre d'années d'utilisation :

t_i	y_i	Y_i=ln(y_i)
0	30	3,401
1	24,6	3,203
2	20	2,996
3	16,5	2,803
4	13,5	2,603
5	11	2,398
6	9	2,197

1) Représenter graphiquement la série (t_i,Y_i) dans un repère orthonormée (O, I, J)
2) A l'aide d'un tableau décrivant les étapes du calcul, déterminer une équation de la droite de régression de Y en fonction de t qu'on mettra sous la forme Y=at+b

Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre t et y.

3)
   a- A partir de la relation Y=at+b obtenue en 2), calculer y en fonction de t
   b- A l'aide de cette dernière expression, estimer la valeur de vente d'une machine après 4,5 années d'utilisation.

EXERCICE 3 (6 pts)

Soit f la fonction définie sur par :

$$f(x) = \begin{cases} \exp\left(\dfrac{x^2}{x^2-1}\right) \text{ si } x \in \mathbb{R} - \{-1 ; 1\} \\ f(-1) = f(1) = 0 . \end{cases}$$

1. Démontrer que f est dérivable à droite en -1 et à gauche en 1.
2. Etudier f puis tracer (Cf) dans un repère orthonormé (O,I,J).