CONCOURS D'ENTREE A L'EAMAU

SESSION DE MAI 2016

EPREUVE DE MATHEMATIQUE

FILIERES : ARCHITECTURE, URBANISME ET GESTION URBAINE

Durée : 2 heures

EXERCICE 1 (8pts)

On considère la suite $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ dont le premier terme est $u_o = 8$, définie par la relation de récurrence :
$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 5$.

1) Soit $(v_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ la suite définie par : $v_n = u_n + 10$.
   a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique. Préciser le premier terme et la raison. (3pts)
   b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n . (2pts)
2) Exprimer en fonction de n les sommes suivantes : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ et $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$. (3pts)

EXERCICE 2 (7pts)

On donne les deux nombres complexes définis ci-dessous : $z_1 = -1 - i$ et $z_2 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1) Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes z_1 et z_2. (2pts)
2) En déduire le module et un argument de $\frac{z_1}{z_2}$. (2pts)
3) Ecrire $\frac{z_1}{z_2}$ sous forme algébrique. (1pt)
4) Déduire des questions précédentes les valeurs exactes de $\cos\frac{11\pi}{12}$ et $\sin\frac{11\pi}{12}$. (2pts)

EXERCICE 3 (5pts)

Pour tout entier naturel $n \geq 2$, on considère l'intégrale $I_n = \int_1^2 \frac{1}{x^n} e^{\frac{1}{x}} dx$.

1) Calculer I_2. (1pt)
2) Démontrer à l'aide d'une intégration par partie que pour tout entier naturel $n \geq 2$:

   $I_{n+1} = e - \frac{\sqrt{e}}{2^{n-1}} + (1 - n)I_n$. (2pts)
3) Calculer I_3 et I_4. (2pts)